Travaux Pratiques d'algorithmique n°3

Cours d'Informatique de Deuxième Année

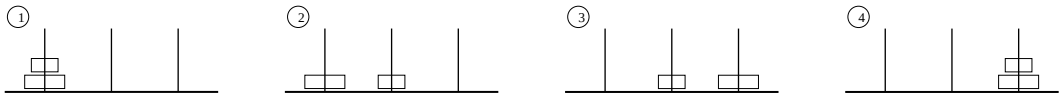
—DEUG Sciences S3-MI—

Récursivité

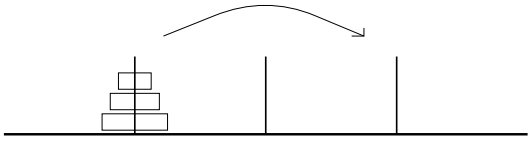
Dans cette séance, nous approfondissons la notion de récursivité à travers deux exemples : le problème des tours de Hanoï et la recherche du minimum et maximum d'un tableau. Nous nous intéressons en particulier aux calculs de complexité de chaque algorithme implémenté.

▸ Exercice 1.

Nous cherchons à résoudre le problème des "tours de Hanoï". Ce problème consiste à déplacer `n` *disques d'un piquet de départ à un piquet d'arrivée en utilisant un troisième piquet. La seule contrainte tient au fait qu'il est interdit de poser un disque sur un disque plus petit que lui.*



Résolution du problème pour $n = 2$.



Exemple du problème pour $n = 3$.

1. *résoudre "à la main" l'algorithme pour* $n = 3$;
2. *en déduire un algorithme récursif de résolution du problème ;*
3. *écrire la fonction correspondant à cet algorithme : la fonction devra afficher la suite des déplacements des disques ; elle retournera le nombre de déplacements nécessaires.* `int Hanoi(int n, char dep, char tmp, char arr)` *où* `n` *est la hauteur de la tour, et* `dep,tmp,arr` *sont les noms (un seul caractère) des trois piquets de départ, de transition, et d'arrivée ;*
4. *donner enfin, la complexité en temps de votre algorithme.*
5. *On suppose maintenant que la pile de disques de départ est constituée de disques de n tailles différentes, le nombre de disques par taille étant de p. Écrire la fonction* `Hanoi2` *qui résout le problème des "tours de Hanoï" pour une pile de disques ainsi constituée.*

▸ **Exercice 2. (Minimum et maximum d'un tableau)** *On désire calculer simultanément la valeur minimale et la valeur maximale d'un tableau de n entiers ($n > 0$). On se propose de résoudre le problème de deux manières différentes :*

1. *en utilisant une méthode naïve. Montrer que l'on fait au plus $2 \times (n-1)$ comparaisons sur les éléments du tableau.*
2. *en utilisant la méthode "dichotomique" (récursive). Montrer que, lorsque n est une puissance de 2, on fait au plus $\lceil \frac{3 \times n}{2} \rceil - 2$ comparaisons sur les éléments du tableau.*

Que peut-on déduire de la complexité de ces deux fonctions ?